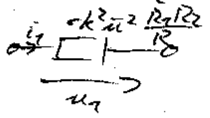
Aufgabe 41

a) $\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{u} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\ddot{u}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -k & 0 \\ 0 & 1/k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & R_1 \\ 1/R_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} =$

$$= \begin{bmatrix} -k\ddot{u} & 0 \\ 0 & 1/k\ddot{u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & R_1 \\ 1/R_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -R_1 k\ddot{u} \\ \frac{1}{k\ddot{u}R_2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow u_1 = R_1 k\ddot{u}\, i_2$

$i_1 = \frac{u_2}{k\ddot{u}R_2}$ mit $u_2 = -R i_2$ folgt $u_1 = -\frac{R_1 k^2\ddot{u}^2 R_2}{R} i_1$



b) Übertrager ist nötig, damit die Zweitorbedingung eingehalten wird.

c) Serienschaltung

d) A: $u_1' = (R_3 - k^2\ddot{u}^2 \frac{R_1R_2}{R}) i_1 - k^2\ddot{u}^2 \frac{R_1R_2}{R} i_2$

$u_2' = -k^2\ddot{u}^2 \frac{R_1R_2}{R} i_1 + (R_4 - k^2\ddot{u}^2 \frac{R_1R_2}{R}) i_2$

$$\underline{R}_A = \begin{bmatrix} R_3 - k^2\ddot{u}^2 \frac{R_1R_2}{R} & -k^2\ddot{u}^2 \frac{R_1R_2}{R} \\ -k^2\ddot{u}^2 \frac{R_1R_2}{R} & R_4 - k^2\ddot{u}^2 \frac{R_1R_2}{R} \end{bmatrix}$$

B: $u_1'' = (R_5 + R_6) i_1 + R_6 i_2$

$u_2'' = R_6 i_1 + R_6 i_2$

$$\underline{R}_B = \begin{bmatrix} R_5 + R_6 & R_6 \\ R_6 & R_6 \end{bmatrix}$$

e) $$\underline{R}_{Ges} = \underline{R}_A + \underline{R}_B = \begin{bmatrix} R_5 + R_6 + R_3 - k^2\ddot{u}^2 \frac{R_1R_2}{R} & R_6 - k^2\ddot{u}^2 \frac{R_1R_2}{R} \\ R_6 - k^2\ddot{u}^2 \frac{R_1R_2}{R} & R_4 + R_6 - k^2\ddot{u}^2 \frac{R_1R_2}{R} \end{bmatrix}$$

f) $\underline{R} = \underline{P}\,\underline{R}\,\underline{P}$ mit $\underline{P} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow r_{11} = r_{22}$ und $r_{21} = r_{12}$

$\Rightarrow R_5 + R_3 = R_4$

g) Das Zweitor ist immer reziprok ($\underline{R} = \underline{R}^T$)

h) • verlustlos

$u_1 i_1 + u_2 i_2 = 0 \quad \forall (u, i)$

• aktiv

$u_1 i_1 + u_2 i_2 < 0$ für mindestens ein (u, i)

• passiv

$u_1 i_1 + u_2 i_2 \geq 0$ für alle (u, i)

mit $R_5 + R_3 = R_4$ ~~folgt~~ und $c := R_6 - k^2\ddot{u}^2 \frac{R_1R_2}{R}$

$$\underline{R}_{Ges} = \begin{bmatrix} R_4 + c & c \\ c & R_4 + c \end{bmatrix}$$

$((R_4 + c) i_1 + c i_2) i_1 + (c i_1 + (R_4 + c) i_2) i_2 = (R_4 + c) i_1^2 + 2c\, i_1 i_2 + (R_4 + c) i_2^2 =$

Fortsetzung h) mit quadratischer Ergänzung

$$= \left(\sqrt{R_4+c}\, i_1 + \frac{c}{\sqrt{R_4+c}} i_2\right)^2 - \frac{c^2}{R_4+c} i_2^2 + (R_4+c) i_2^2 =$$

$$= \left(\sqrt{R_4+c}\, i_1 + \frac{c}{\sqrt{R_4+c}} i_2\right)^2 + i_2^2 \left(\frac{(R_4+c)^2 - c^2}{R_4+c}\right) \geq 0$$

$$\Rightarrow (R_4+c)^2 - c^2 \geq 0 \quad \text{und} \quad R_4+c \geq 0 \quad ! \quad (R_4+c)^2 \leq c^2 \qquad R_4+c < 0$$